

Laboratoire d'électronique

Sciences de la vie
Cycle Bachelor 3^{ème} année

Complément (3ème séance) : Circuits RC et Réponse Harmonique

A. OBJECTIFS

- Les fonctions de l'oscilloscope et du multimètre (suite): mesure du déphasage, dB-mètre...
- Mesure et traçage de la fonction de transfert en phase et en amplitude

Pour l'application du point 2, l'analyse des circuits ainsi que les réponses apportées, tant théoriques que pratiques, incorporeront tous les éléments fournis sous la rubrique "Fonction de transfert et diagrammes de Bode".

Le décibel "dB"

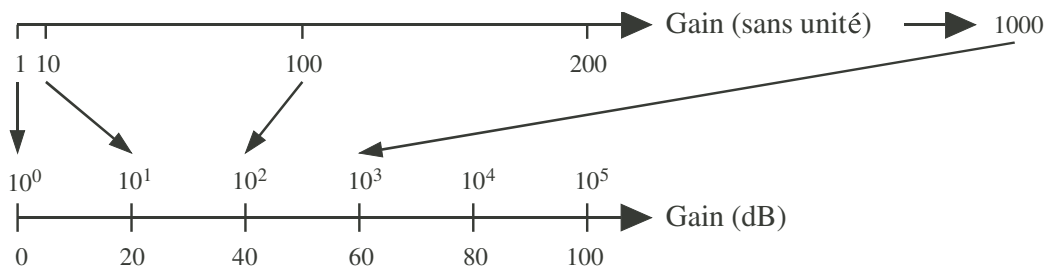
En tension $\left[\frac{U'}{U} \right]_{dB} = 20 \text{ Log}_{10} \frac{U'}{U}$ et en puissance $\left[\frac{P'}{P} \right]_{dB} = 10 \text{ Log}_{10} \frac{P'}{P}$

Cette unité a l'avantage d'exprimer un rapport entre 2 grandeurs (de même unité) comme une différence en dB, soit comme un écart > 0 ou < 0 par rapport à la référence si $U = U_{réf}$.

On retiendra ces quelques valeurs données fréquemment en exemples:

$$\frac{U'}{U} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \left[\frac{U'}{U} \right]_{dB} = -3 ; \quad \frac{U'}{U} = \sqrt{2} \rightarrow \left[\frac{U'}{U} \right]_{dB} = 3 ; \quad \frac{U'}{U} = 2 \rightarrow \left[\frac{U'}{U} \right]_{dB} = 6 ; \quad \frac{U'}{U} = 10 \rightarrow \left[\frac{U'}{U} \right]_{dB} = 20$$

Son autre avantage est de comprimer une échelle tout en maintenant sa lisibilité.



Si la fréquence varie d'un facteur 10, la multiplication ou la division simultanées du gain par un facteur 10, qui s'exprime par une variation de ± 20 dB, se traduit dans le langage courant de

l'électronicien par **une variation de ± 20 dB par décade**. La **décade** faisant référence à f et étant l'espace qui sépare deux nombres reliés par un facteur 10.

L'oscilloscope

Déphasage

Permettant de visualiser deux signaux en même temps, l'oscilloscope permet de mesurer le déphasage qui sépare deux signaux de même fréquence.

Par définition, si :

$$u_1 = U_1 \sin(\omega t + \alpha)$$

$$u_2 = U_2 \sin(\omega t + \beta)$$

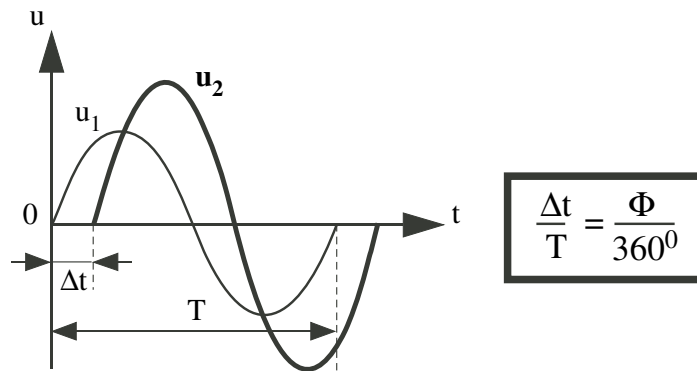
le déphasage Φ exprime la différence entre α et β selon la relation $\Phi = \alpha - \beta$.

Dès lors $\Phi > 0 \rightarrow u_1$ est en avance sur u_2

$\Phi < 0 \rightarrow u_1$ est en retard sur u_2

A l'oscilloscope, on le mesure :

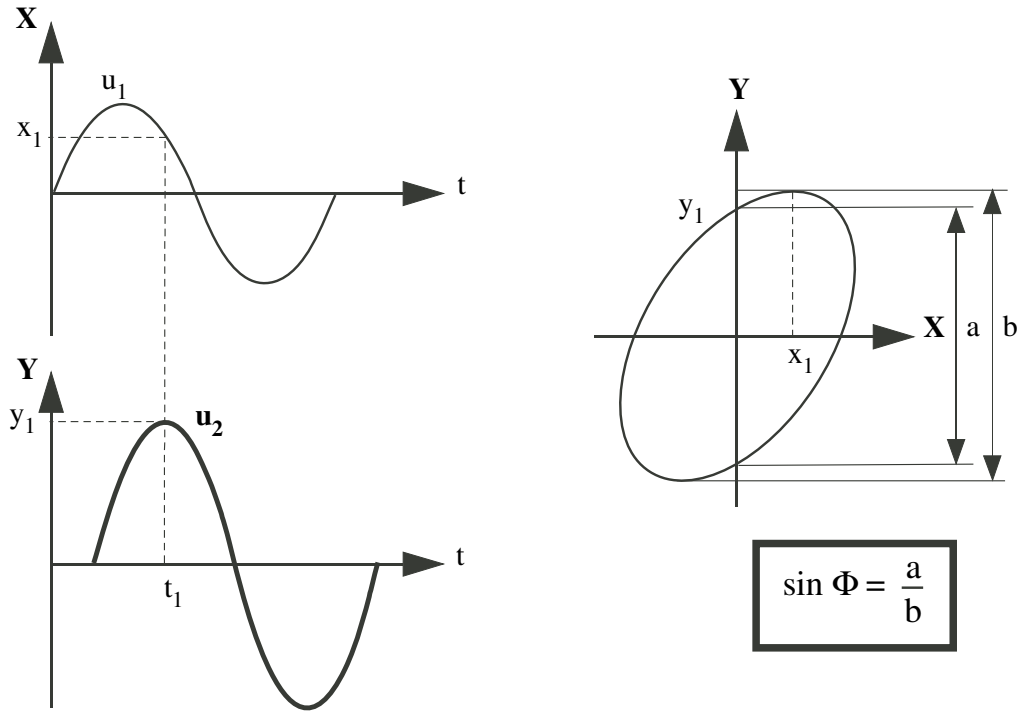
par le décalage des courbes



La précision exigée sur Φ excluant d'emblée une référence aux maximums arrondis et difficilement localisables, on mesure l'intervalle Δt qui sépare les croisements des 2 courbes avec l'axe des temps. Cette méthode est précise si et seulement si les 2 courbes sont convenablement centrées sur cet axe.

Ci-dessus, u_1 est en avance sur u_2 .

- par la figure de Lissajous (oscilloscope en mode XY – touche XY/CT de la zone "VERTICAL")



Elégante en soi, cette méthode n'offre pas la précision de la précédente sinon pour les faibles déphasages et pour autant que les amplificateurs X et Y de l'oscilloscope introduisent le même déphasage. Elle ne fournit pas, par ailleurs, le signe du déphasage.

Fonction de transfert et diagrammes de Bode

Circuit RC passe-haut

Après le calcul de la fonction de transfert mise sous **forme canonique**:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{u_2(j\omega)}{u_1(j\omega)} = \frac{j\omega_c}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{où} \quad \omega_c = \frac{R_1 + R_2}{CR_1R_2}$$

l'établissement de l'expression de $u_2(t)$ pour une valeur définie U_1 passe par le calcul du gain et du déphasage ϕ entre les signaux où:

$$|\underline{H}(j\omega)| = \frac{2\pi fRC}{\sqrt{1 + 4\pi^2 f^2 R^2 C^2}} \quad \text{où} \quad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

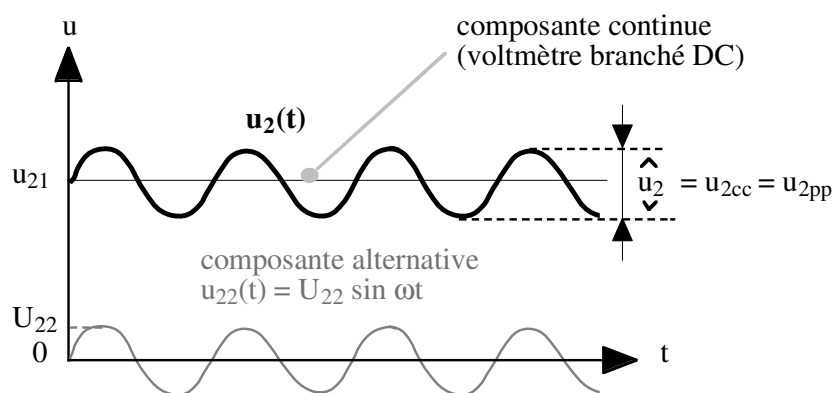
$$\text{et} \quad \phi = \text{Arg } \underline{H}(j\omega) = \frac{\pi}{2} - \text{Arctan}(2\pi fRC)$$

Zéro et pôle sont confondus, il n'y a qu'**une seule fréquence de coupure** f_c , soit

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{R_1 + R_2}{2\pi C R_1 R_2}$$

La mise sous **forme canonique** de la fonction de transfert est indispensable au tracé des diagrammes de Bode asymptotiques en module et en phase, les asymptotes des fonctions élémentaires étant parfaitement connues et donc admises sans démonstration.

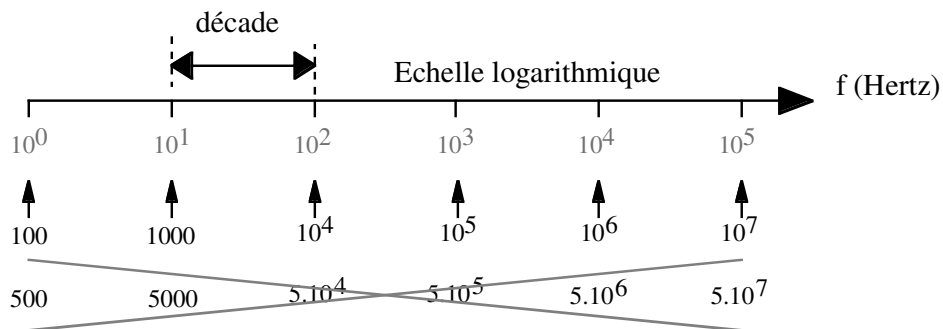
Si u_{21} est la tension continue partielle fournie par V_{cc} et u_{22} la tension sinusoïdale fournie par le générateur de fonctions, la tension résultante $u_2(t)$ est une tension sinusoïdale de **valeur moyenne u_{21}** dont on contrôle l'amplitude, les 2 sources de tension enclenchées, avec un **voltmètre branché en continu**. Quant à l'amplitude de la composante alternative définie par sa valeur crête, elle peut être mesurée par elle-même, par l'intermédiaire de sa valeur efficace ou de sa valeur crête à crête selon l'appareil à disposition. Dans tous les cas on préférera la mesure garantissant la meilleure précision.



Diagrammes de Bode et échelle semi-logarithmique

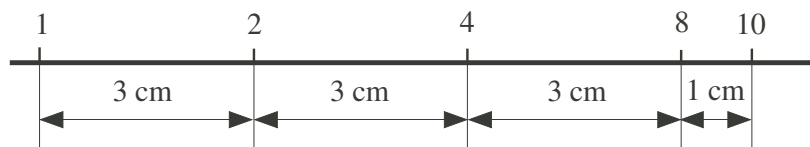
Module et phase de la fonction de transfert sont représentés graphiquement en fonction de la **fréquence** et non pas de la pulsation, la fréquence étant une donnée immédiate des signaux fournie soit par le générateur alimentant le circuit analysé soit par l'appareil de mesure à disposition (oscilloscope ou multimètre). Cette fréquence est encore repérée sur une échelle logarithmique, celle-ci présentant l'avantage, comme il le fut remarqué précédemment, de comprimer sur une même distance une série de valeurs, de loin plus étendue que sur une échelle linéaire.

La **décade** qui est l'espace qui sépare deux nombres reliés par un facteur 10 n'autorise en aucun cas un étalonnage faisant correspondre 500 à 1, 5000 à 10, etc., par exemple, l'interpolation prélinéaire n'étant dès lors plus valable.



Selon le nombre de décades à disposition (4 ou 5 en général) et la gamme à explorer, on commencera l'étalonnage à 1, 10 ou 100 Hz, comme ci-dessus, en veillant à prendre le papier dans le bon sens, les graduations les plus serrées vers les valeurs les plus grandes.

On se rappellera enfin qu'une **échelle logarithmique est facile à construire!**



Si, par commodité, on représente les diagrammes de Bode en fonction de la fréquence et non de la pulsation, par souci de cohérence, on n'oubliera jamais que

$$\omega = 2\pi f$$

2.3.1 Le tracé du diagramme de Bode en module vérifiera la nature du circuit, un **filtre passe-haut** repéré dès l'abord par son examen à basse et à haute fréquence. En effet :

$$f \rightarrow \infty \Rightarrow C \equiv \text{court-circuit} \rightarrow u_{22} = u_1 \rightarrow A = 1 \rightarrow |A|_{\text{dB}} = 0$$

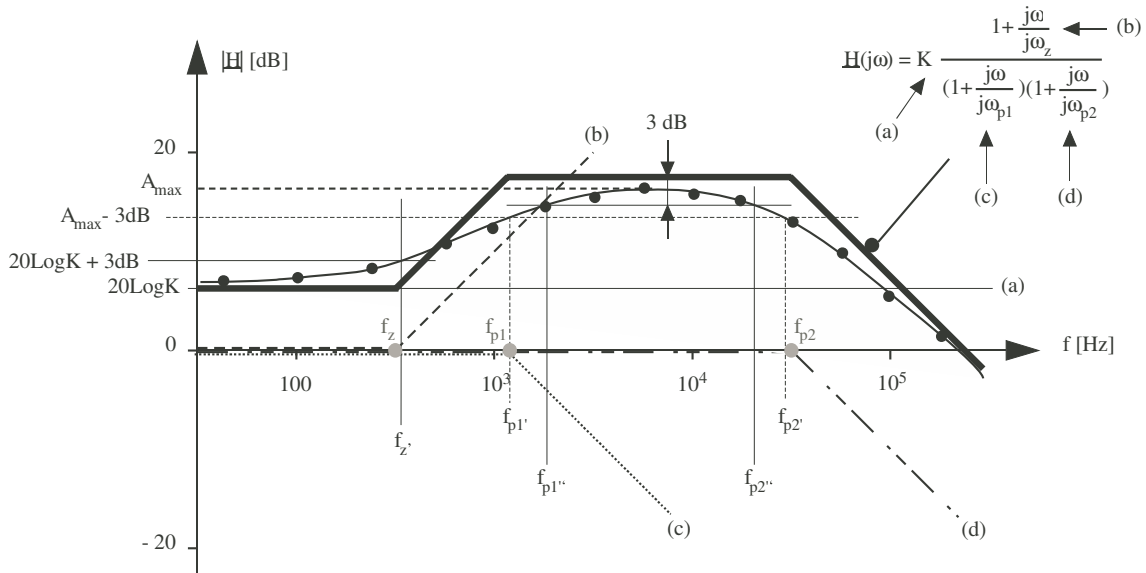
D'une manière générale on **vérifie le tracé des diagrammes de Bode** et notamment la position des asymptotes horizontales en recherchant les valeurs limites de la fonction de transfert autour des pôles et des zéros .

2.3.3 On se souviendra ici que la mesure du gain en dB avec le multimètre HMC8012 est **garantie entre 10 Hz et 100 kHz** seulement. Au-delà de ces limites, il faut recourir au calcul manuel du gain à partir du rapport des amplitudes.

On préviendra toute erreur de mesure en **observant continuellement les signaux mesurés** afin de s'assurer que la variation d'un paramètre du système n'altère pas leur forme - la fonction de transfert n'a de sens qu'en régime sinusoïdal - ni l'amplitude du signal d'entrée - la fréquence

variant, le générateur de fonctions, qui est aussi caractérisé par sa propre fonction de transfert, peut délivrer des signaux d'amplitude réduite.

2.3.4 Les fréquences de coupure qui sont les fréquences pour lesquelles le **gain est distant de ± 3 dB** des asymptotes horizontales peuvent avoir pour références les gains maxima ou minima observés expérimentalement si ceux-ci ne se confondent pas avec les valeurs asymptotiques. Dans tous les cas, la référence choisie doit être spécifiée mais il est évident, au risque d'accepter des erreurs de mesure dépassant largement la précision des appareils et des composants, que ces gains maxima ou minima ne peuvent différer des valeurs asymptotiques de plus de 20%.



Dans l'exemple ci-dessus, f_{p1}' et f_{p2}' sont définies par rapport au gain maximal $A_{\max}$ observé expérimentalement alors que f_{p1}'' et f_{p2}'' le sont par rapport à l'asymptote supérieure. f_z' est définie par rapport à l'asymptote "20 LogK", le gain minimum se confondant avec K.

La vérification expérimentale de toute fonction nécessite un nombre de mesures d'autant plus élevé que celle-ci montre davantage de points d'inflexion. Le tracé de la courbe qui les associe doit respecter la continuité de la fonction théorique censée la définir et, de ce fait, **lisser le parcours des points de mesure**.

- **Impulsions**

Reproduisant, par la relation $u_R(t) = Ri(t)$, l'évolution des courants de charge et de décharge du condensateur avec le temps, la forme des impulsions ne doit pas surprendre. L'alternance de signaux tantôt positifs, tantôt négatifs, pas davantage. Car le courant qui s'écoule dans un sens lors de la charge du condensateur, s'écoule dans l'autre lors de la décharge; par ailleurs, à l'instant $t = 0$ comme à l'instant $t = T/2$, où la tension de la source passe respectivement de 0 à U et de U à 0, le condensateur conserve son état antécédent, celui qu'il avait à l'instant $t - \Delta t$, forçant dès lors la source à transmettre sa variation de tension aux bornes de la seule résistance.

Ainsi, à l'instant $t = 0$, où le condensateur n'est pas chargé, $u_R(t) = U$ et à l'instant $t = T/2$, où le condensateur est chargé, $u_R(t) = -U$ (en passant de U à 0 , la source imprime une variation de valeur $-U$).

La forme des impulsions, comme l'illustre la figure ci-dessous, se retrouve aussi dans l'équation $u_R(t) = u(t) - u_C(t)$

